Hessen-2009-Geometrie-B2-LK

(1) 0,6x+0,4y+0,5z=33
(2) 9x+12y+15z=810

1.1.

- x,y,z sind die Anbauflächen in ha für die Sorten A,B und C.
  Gleichung (1) beschreibt die Düngemittelverteilung auf die Sorten
  Gleichung (2) beschreibt die Arbeitszeitverteilung auf die Sorten
- 30*(1)18x+12y+15z=990
  30*(1)-(2):9x=180⇔x=20 ➔ 12y+15z=630 ➔ z=42-0,8y

1.2.

- y=40ha ➔ x=20ha; z=10ha
- Anbaufläche A=x+y+z=20+y+42-0,8y=62+0,2y ➔
  - Minimale Anbaufläche A, wenn y=0 ➔ A_{min}=62ha
  - Maximale Anbaufläche A, wenn z=0➔y=52,5 ➔ A_{max}=72,5ha

2.1.

- 0,6x+0,5z=33 ➔z=66-1,2x ➔ die Spurgerade g_1 wird durch die Ortsvektoren
  $\overline{x}=\begin{pmatrix} x \\ 0 \\ 66-1{,}2x \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 66 \end{pmatrix}+\lambda\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1{,}2 \end{pmatrix}$ mit dem Parameter λ=x
- 9x+12y+15z=810➔z=54-0,6x ➔ die Spurgerade g_2 wird durch die Ortsvektoren
  $\overline{x}=\begin{pmatrix} x \\ 0 \\ 54-0{,}6x \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 54 \end{pmatrix}+\mu\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -0{,}6 \end{pmatrix}$
- Wir setzen die Gleichungen gleich: $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 66 \end{pmatrix}+\lambda\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1{,}2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 54 \end{pmatrix}+\mu\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -0{,}6 \end{pmatrix}$
  ➔λ=μ ➔ $66-1{,}2\lambda=54-0{,}6\lambda$ ➔ $\underline{\lambda=20=\mu}$ ➔Schnittpunkt S(20|0|42)
- Der Schnittpunkt gibt die Anbauflächenverteilung für das Minimum (y=0) an!!

2.2. g_1: z=66-1,2x. Für x=0 ist z maximal, also z_{max}=66. Für z=0 ist x maximal, also x_{max}=55

3.1. $\overline{d}=\begin{pmatrix} 0{,}6 \\ 0{,}4 \\ 0{,}5 \end{pmatrix};\overline{a}=\begin{pmatrix} 9 \\ 12 \\ 15 \end{pmatrix},\overline{p}=\begin{pmatrix} 6 \\ 12 \\ 15 \end{pmatrix}$

- die Vektoren sind linear unabhängig, wenn es $x,y,z\in R\backslash\{0]$ gibt, sodass
  $x\overline{d}+y\overline{a}+z\overline{p}=0 \Leftrightarrow \begin{matrix} 0{,}6x+9y+6z=0 \\ 0{,}4x+12y+12z=0 \\ 0{,}5x+15y+15z=0 \end{matrix}$ Wenn man die letzten beiden Gleichungen

voneinander subtrahiert, erhält man 0,1x=0⇔x=0 . Das ist ein Widerspruch zur Voraussetzung, also sind die Vektoren linear abhängig. Dann muss aber

- $\overline{p}$ durch eine Linearkombination von $\overline{d}$ und $\overline{a}$ ausgedrückt werden können:

$$-10\overline{d}+\frac{4}{3}\overline{a}=-10\begin{pmatrix}0{,}6\\0{,}4\\0{,}5\end{pmatrix}+\frac{4}{3}\begin{pmatrix}9\\12\\15\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-6\\-4\\-5\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}12\\16\\20\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6\\12\\15\end{pmatrix}=\overline{p}$$

3.2. $6x+12y+15z=\begin{pmatrix}6\\12\\15\end{pmatrix}*\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\overline{p}*\overline{x}$ (A)

$6x+12y+15z=\left(-10\overline{d}+\frac{4}{3}\overline{a}\right)*\overline{x}$ (B) wegen 3.1.

$6x+12y+15z=-10\overline{d}*\overline{x}+\frac{4}{3}\overline{a}*\overline{x}$ (C) Distributivität des Skalarprodukts

$6x+12y+15z=-10\cdot 33+\frac{4}{3}\cdot 810=750$ (D) durch Einsetzen der Bedingungen

(1) $\overline{d}*\overline{x}$=33 und (2) $\overline{a}*\overline{x}$=810
Es handelt sich um die gesamte an Pflanzenschutzmittel (in kg)