Hessen-2008-Geometrie-B1-GK

1.

- $M = \frac{1}{2}(10+40 \mid 20+40 \mid 0{,}2+0{,}2) = (25 \mid 30 \mid 0{,}2)$
- $\begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ -5 \\ 5 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 10 \\ -5 \\ 5 \end{pmatrix} * \bar{x} = \begin{pmatrix} 10 \\ -5 \\ 5 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \\ 14{,}2 \end{pmatrix} = 121 \Leftrightarrow$ 10x-5y+5z=121

2. Zu zeigen: $\exists s,t \in R$, sodass $\overline{MC} = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix} = s \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -7 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{array}{rl} -3s+4t = & 5 \\ -2s+\ t = & 10 \\ 4s\ -7t = & 0 \end{array} \Leftrightarrow$

$$\begin{array}{rl} -3s+4t = & 5 \\ -4s+2t = & 20 \\ 4s\ -7t = & 0 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{rl} -3s+4t = & 5 \\ -4s+2t = & 20 \\ -5t = & 20 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{rl} -3s-16 = & 5 \\ -4s-\ 8 = & 20 \\ t = & -4 \end{array} \Leftrightarrow \boxed{\begin{array}{rl} s = & -7 \\ s = & -7 \\ t = & -4 \end{array}}$$

3.

$$\overline{MA} = \begin{pmatrix} 5 \\ -10 \\ 0 \end{pmatrix}; \overline{MC} = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow |\overline{MA}| = |\overline{MC}| = \sqrt{5^2+10^2} = \sqrt{125} \Rightarrow$$

$$\cos(\overline{MA},\overline{MC}) = \frac{\overline{MA} * \overline{MC}}{|\overline{MA}| \cdot |\overline{MC}|} = \frac{1}{125} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -10 \\ 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{-75}{125} \Rightarrow 126{,}86^0$$

3. zu zeigen: die Geraden $g_1 : \bar{x} = \overline{OC} + s \cdot \overline{CB} = \begin{pmatrix} 30 \\ 40 \\ 0{,}2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ und

$g_2 : \bar{x} = \overline{OE} + s \cdot \overline{EF} = \begin{pmatrix} 55 \\ 60 \\ 0{,}6 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -25 \\ -30 \\ -0{,}6 \end{pmatrix}$ schneiden sich, denn

$$\begin{array}{rl} 10s = & 25-25t \\ 0 = & 20-30t \\ 0 = & 0{,}4-0{,}6t \end{array} \Leftrightarrow t = \frac{2}{3} \Rightarrow 10s = 25-25 \cdot \frac{2}{3} = \frac{25}{3} \Rightarrow s = \frac{5}{6}$$

$\Rightarrow$ Schnittpunkt $S(38{,}\bar{3} \mid 40 \mid 0{,}2)$

Die Helikopter werden nicht auf jeden Fall kollidieren.

Wenn sie z.B. zum selben Zeitpunkt t_0 von M bzw. E los fliegen, dann kollidieren sie nach der Zeitspanne Δt, wenn die Geschwindigkeiten in der Zeitspanne Δt genau $v_1 = \frac{|MS|}{\Delta t}$ bzw. $v_2 = \frac{|ES|}{\Delta t}$ betragen.