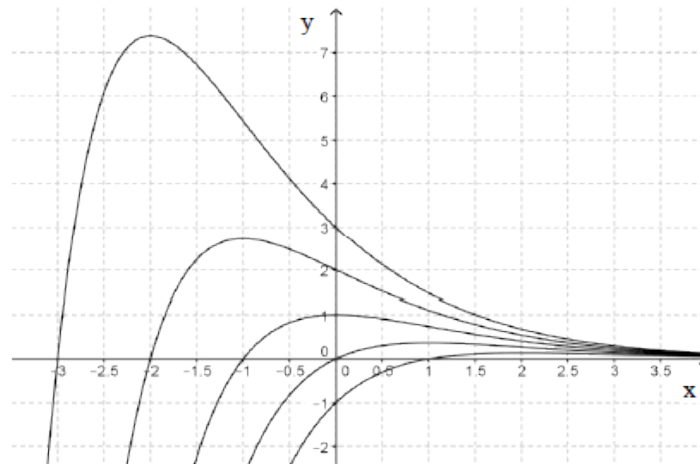


Abitur 2014 Mathematik LK Infinitesimalrechnung Aufgabe A1

Gegeben ist die Funktionenschar f_k mit $f_k(x) = \frac{x+k}{e^x}$, $x \in \mathbb{R}$, $k \in \mathbb{R}$.

Die untere Grafik enthält Graphen von Funktionen der Schar.



Teilaufgabe 1.1 (4 BE)

Berechnen Sie die Nullstellen der Scharfunktionen.

Geben Sie für die Graphen in der Grafik die zugehörigen ganzzahligen Parameterwerte von k an.

Teilaufgabe 1.2 (5 BE)

Berechnen Sie jeweils nur anhand der notwendigen Bedingung die Extrem- und Wendestellen der Schar und zeigen Sie, dass für alle Funktionen der Schar die Extremstelle stets genau in der Mitte von Null- und Wendestelle liegt.

Teilaufgabe 1.3 (4 BE)

Skizzieren Sie in der Grafik die Kurve, die die Hochpunkte verbindet, und leiten Sie für die Ortskurve der Hochpunkte die zugehörige Funktionsgleichung her.

Teilaufgabe 1.4 (4 BE)

Zeigen Sie, dass für jede Scharfunktion f_k die 2. Ableitungsfunktion f_k'' ebenfalls eine Funktion der Schar ist. Ermitteln Sie, durch welche Abbildungen der Graph von f_k'' aus dem Graphen von f_k hervorgeht.

Teilaufgabe 2.1 (5 BE)

Berechnen Sie mithilfe partieller Integration (Produktintegration) eine Stammfunktionschar F_k von f_k .

[zur Kontrolle: $F_k(x) = -(x + k + 1) \cdot e^{-x}$]

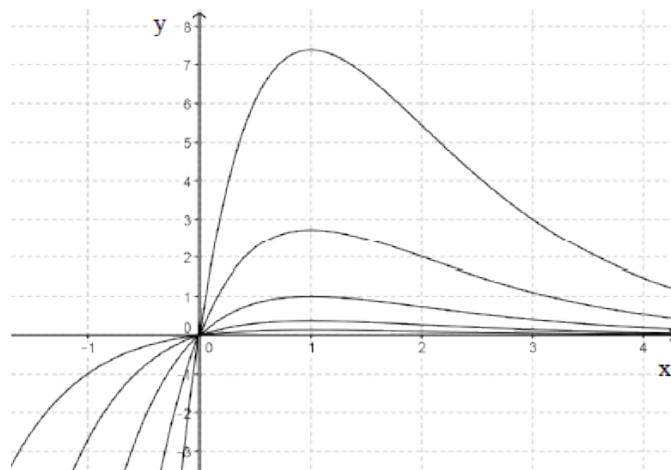
Teilaufgabe 2.2 (6 BE)

Untersuchen Sie rechnerisch, ob die Graphen der Schar mit der x -Achse eine Fläche einschließen, die einen endlichen Inhalt hat, und geben Sie diesen gegebenenfalls an.

Teilaufgabe 3. (4 BE)

Man erhält aus der Funktionenschar f_k durch geeignete Verschiebung jedes Graphen parallel zur x -Achse eine neue Funktionenschar g_k , deren Graphen alle durch den Ursprung gehen (Material 2).

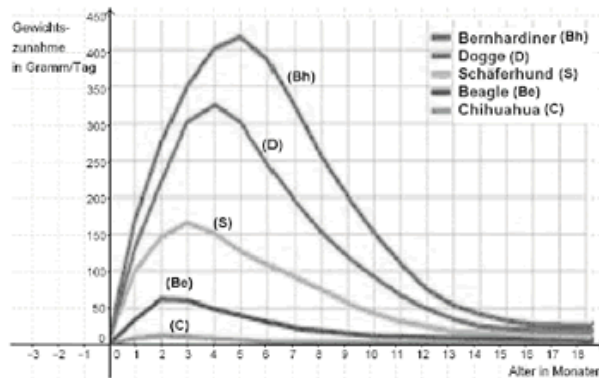
Zeigen Sie, dass der Term für g_k sich als $g_k(x) = x \cdot e^{k-x}$ schreiben lässt.

Material 2:

Gewisse Wachstumsprozesse lassen sich durch Graphen wie in Material 2 beschreiben. In Material 3 ist die Gewichtszunahme von jungen Hunden graphisch dargestellt. Die zugrunde liegenden Daten lassen sich durch abgeänderte Funktionen der Funktionenschar g_k (vgl. Aufgabe 3) gut approximieren.

Teilaufgabe 4.1 (2 BE)

Beschreiben Sie die in den Graphen von Material 3 enthaltenen Aussagen im Sachzusammenhang. Auf Unterschiede zwischen den einzelnen Graphen soll nicht eingegangen werden.

Material 3

Für den Schäferhund können dem Diagramm folgende Daten entnommen werden:

Alter (in Monaten)	Gewichtszunahme (in g/Tag)
1	100
2	150
3	165
5	130
7	95
10	45
13	20

www1.royal-canin.de/hund/der-hund/hundewelpen/wachstum-ernaehrung/unterschiede-beimwachstumvon-hunden.html (abgerufen am 3.9.2013).

Teilaufgabe 4.2 (6 BE)

Leiten Sie eine abgeänderte Funktion aus der Schar g_k her, die das Wachstum der Schäferhunde annähernd beschreibt und deren Graph den gleichen Hochpunkt wie der Graph S in der oberen Grafik hat.

Hinweis: Denken Sie an eine Streckung oder Stauchung eines Graphen der Schar.