Aufgabe C1 Landesabitur Hessen 2010 GK

1.1.Man kann den Kauf als binomialverteiltes Bernoulli-Experiment verstehen, weil die Wahrscheinlichkeit sich von Zug zu Zug praktisch nicht ändert: n=3;p=0,2:

(1) $P(X=1)=\binom{3}{1}\cdot 0{,}2^1\cdot 0{,}8^2=38{,}4\%$

(2) $P(X>0)=1-P(X=0)=1-\binom{3}{0}\cdot 0{,}2^0\cdot 0{,}8^3=1-0{,}512=48{,}8\%$

1.2. Hier handelt es sich um ein Experiment <u>ohne</u> Zurücklegen, bei dem sich die Wahrscheinlichkeit von Zug zu Zug ändern kann:

(1) $P(X=1)=\frac{4}{20}\cdot\frac{16}{19}\cdot\frac{15}{18}\cdot 3=42{,}1\%$

(2) $P(X>0)=1-P(X=0)=1-\frac{16}{20}\cdot\frac{15}{19}\cdot\frac{14}{18}\approx 50{,}88\%$

1.3. Es handelt sich stochastisch gesehen um unterschiedliche Zufallsexperimente, wobei die Ergebnisse von 1.1. nur genähert sind!!

1.4.Es gibt 7!=5040 verschiedene Anordnungen von 7 verschiedenen Elementen, daher muss Susi 5040:365=13,8 Jahre warten, sie ist dann 27,8 Jahre alt.

2. Es handelt sich wie in 1.1. um ein binomialverteiltes Bernoulli-Experiment: n=20;p=0,2

(1) $P(X=4)=\binom{20}{4}\cdot 0{,}2^4\cdot 0{,}8^{16}=4845\cdot 0{,}0016\cdot 0{,}28=21{,}8\%$

(2) $P(X>4)=1-P(X\le 4)=$

$$=1-\binom{20}{0}\cdot 0{,}2^0\cdot 0{,}8^{20}-\binom{20}{1}\cdot 0{,}2^1\cdot 0{,}8^{19}-\binom{20}{2}\cdot 0{,}2^2\cdot 0{,}8^{18}-\binom{20}{3}\cdot 0{,}2^3\cdot 0{,}8^{17}-\binom{20}{4}\cdot 0{,}2^4\cdot 0{,}8^{16}$$
$$=1-0{,}11-0{,}058-0{,}137-0{,}205-0{,}218=1-0{,}63=37\%$$

Annäherung durch die Φ-Funktion: $\mu=np=20\cdot 0{,}2=4;\sigma=\sqrt{np(1-p)}=\sqrt{3{,}2}$

$P(X>4)=1-P(X\le 4)=1-\Phi(0)=50\%$

3.1. Bei 5 Schachteln=100 Eiern können mit 20 Simpson-Figuren erwartet werden. Die Wahrscheinlichkeit, dass dies genau eintritt ist:

$P(X = 20) = \binom{100}{20} \cdot 0{,}2^{20} \cdot 0{,}8^{80} = 10\%$ (aus einer F(n;p;k)-Binomialtabelle)

Annäherung durch die Φ-Funktion: $\mu = np = 100 \cdot 0{,}2 = 20; \sigma = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{16} = 4$

$$P(X = 20) \approx \Phi\left(\frac{0{,}5}{4}\right) - \Phi\left(\frac{-0{,}5}{4}\right) = \Phi(0{,}125) - \Phi(-0{,}125) = 0{,}55 - 0{,}45 = 10\%$$

3.2. Wir lesen für n=100 und p=0,2 $P(X \le 16)$ 19% aus einer F(n;p;k)-Binomialtabelle ab

oder nähern mit der Φ-Funktion: $P(X \le 16) \approx \Phi\left(\frac{-4}{4}\right) = \Phi(-1) = 15{,}87\%$

Ob 19% wahrscheinlich oder unwahrscheinlich sind ist schwer zu beantworten, da es keine allgemeine Definition von „wahrscheinlich“ und „unwahrscheinlich“ gibt. Auf jeden Fall ist es ärgerlich für die Kunden, denn fast jeder fünfte erhält weniger als 17 Figuren.