Aufgabe A2 Landesabitur Hessen 2009 GK

$f(x)$=-2sin(2x)-1

1. D=R; $f(0)$=-1

2. Der Graph I ist der der Graph der Ableitungsfunktion $f'(x)$, weil

   - Die Extremstellen von f mit den Nullstellen im Graphen I übereinstimmen
   - Die Vorzeichen der Steigungen in der Umgebung der Extrema genau den Vorzeichen der Ableitungsfunktion an den Stellen entsprechen
   - Die Steigung von f an der Stelle x=0 eher –4 als +4 ist

3. (A1) Die Extremstellen der Stammfunktion F sind die Nullstellen von f:

$$-2\sin(2x)-1=0 \Leftrightarrow \sin(2x)=-0{,}5 \Leftrightarrow 2x=\left\{\begin{matrix}-\frac{\pi}{6}\\ \frac{7\pi}{6}\end{matrix}\right\}+2n\cdot\pi \Leftrightarrow x=\left\{\begin{matrix}-\frac{\pi}{12}\\ \frac{7\pi}{12}\end{matrix}\right\}+n\cdot\pi\ .$$

$n=$	-1	0	1
$x_1=$	$-\frac{13\pi}{12}\approx -3{,}40$	$-\frac{\pi}{12}\approx -026$	$\frac{11\pi}{12}\approx 2{,}88$
$x_2=$	$\frac{-5\pi}{12}\approx -1{,}31$	$\frac{7\pi}{12}\approx 1{,}832$	$\frac{19\pi}{12}\approx 4{,}974$

Man erkennt in [-3;3] die 4 Nullstellen

(A2) $\lim\limits_{a\to\infty}\int_{-3}^{a}(-2\sin(2x)-1)dx=-2\lim\limits_{a\to\infty}\int_{-3}^{a}\sin(2x)dx-\lim\limits_{a\to\infty}\int_{-3}^{a}dx=$

$=\lim\limits_{a\to\infty}[\cos(2x)]_{-3}^{a}-\lim\limits_{a\to\infty}[x]_{-3}^{a}=0-\infty=-\infty$ (siehe 4.1.)

4.1. $G(x)=\cos(2x)$ ➔ $G'(x)=-2\sin(2x)=g(x)$

➔ $A=\left|G\left(\frac{3}{4}\pi\right)-G(0)\right|=\left|\cos\left(\frac{3}{2}\pi\right)-\cos(0)\right|=1$

4.2. $\int_{a1}^{a2}(-2\sin(2x)dx=[\cos(2x)]_{a1}^{a2}=\cos(2a_2)-\cos(2a_1)=\cos(n_1\pi)-\cos(n_2\pi)$=0, wenn n_1 und n_2 beide gerade oder ungerade ist (mit $a_{1,2}=\frac{n}{2}\pi;n=0,\pm1,\pm2,\ldots$)