

Abitur 2007 Mathematik GK Geometrie Aufgabe B2

Gegeben sind die Punkte $P(2|2|-2)$, $Q(0|2|4)$ und $R(-1|5|6)$ und die Geraden

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \\ 8 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ -4 \end{pmatrix}, \quad s \in \mathbb{R} \quad \text{und} \quad k: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ a \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ b \\ 6 \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}$$

Teilaufgabe a. (6 BE)

Die Gerade g verläuft durch die Punkte Q und R . Weisen Sie dies für den Punkt Q nach, und stellen Sie P , Q , R und g in einem räumlichen Koordinatensystem dar.

Teilaufgabe b. (14 BE)

Bestimmen Sie gegenseitige Lage von g und k für $a = 0$ und $b = -6$. Geben Sie für alle weiteren möglichen Lagebeziehungen von g und k Beispiele an. Legen Sie die jeweils zugehörigen Parameter a und b in geeigneter Weise fest und erläutern Sie Ihr diesbezügliches Vorgehen.

Teilaufgabe c. (10 BE)

Erklären Sie mit Hilfe der Zeichnung aus Aufgabenteil a die einzelnen Schritte der folgenden Rechnung und erläutern Sie jeweils den geometrischen Hintergrund. Berechnen Sie außerdem die fehlenden Zwischenergebnisse.

- Der Punkt D mit dem Ortsvektor \vec{d} wird gesucht, für den die folgenden zwei Bedingungen I und II gelten:

$$\text{I: } \vec{d} = \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \\ 8 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ -4 \end{pmatrix} \quad \text{II: } \overrightarrow{PD} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ -4 \end{pmatrix} = (\vec{d} - \vec{p}) \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ -4 \end{pmatrix} = 0,$$

- Aus I und II folgt: $D(1|-1|2)$
- Bestimmung des Endergebnisses:

$$A = \frac{1}{2} \cdot |\overrightarrow{PD}| \cdot |\overrightarrow{QR}| \approx \underline{\underline{9,54}}$$