

## Fachabitur 2023 Mathematik NT Stochastik S I

### Teilaufgabe 1.

Bei einem Glücksradspiel beträgt der Einsatz  $2 \text{ €}$ , maximal werden  $5 \text{ €}$  ausbezahlt. Die Zufallsgröße  $X$  gibt den Nettogewinn bei diesem Spiel (in Euro) an.

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße  $X$  kann mithilfe der Parameter  $a, b \in \mathbb{R}$  wie folgt dargestellt werden:

$x$	-2	-1	0,5	1,5	3
$P(X=x)$	0,20	$a$	0,20	$b$	0,10

#### Teilaufgabe 1.1 (2 BE)

Erläutern Sie, was der Ausdruck „faires Spiel“ im Zusammenhang mit Glücksspielen bedeutet und nennen Sie eine Bedingung, die von der hier dargestellten Zufallsgröße  $X$  erfüllt werden muss, damit das beschriebene Glücksspiel fair ist.

#### Teilaufgabe 1.2 (4 BE)

Berechnen Sie die Werte der Parameter  $a$  und  $b$  so, dass es sich bei diesem Glücksradspiel um ein faires Spiel handelt.

### Teilaufgabe 2.

Ein Gaststättenverband hat unter 1500 Touristen in der Fränkischen Schweiz eine Befragung durchgeführt, um zu erfahren, ob die Touristen die heimischen Biergärten besuchen ( $B$ ). Dabei wurde zwischen Personen, die eine Tagestour bei einem Veranstalter gebucht haben ( $V$ ), und Individualtouristen ( $\bar{V}$ ) unterschieden. Tausend der Befragten gaben an, keine Tagestour bei einem Veranstalter gebucht zu haben. Von den Touristen, die sich für eine Tagestour entschieden hatten, besuchten 80% einen Biergarten. Nur 300 aller Befragten gaben an, keinen Biergarten besucht zu haben.

Anmerkung: Relative Häufigkeiten werden als Wahrscheinlichkeiten interpretiert.

#### Teilaufgabe 2.1 (4 BE)

Bestimmen Sie mithilfe einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel den Anteil der Touristen, die entweder eine Tagestour bei einem Veranstalter gebucht haben oder einen Biergarten in der Fränkischen Schweiz besucht haben.

**Teilaufgabe 2.2** (2 BE)

Begründen Sie, ob der Gaststättenverband mit der folgenden Behauptung recht hat:

„Die Biergärten in der Fränkischen Schweiz sind für alle Touristen gleich attraktiv, egal ob zuvor eine Tagestour bei einem Veranstalter gebucht wurde oder nicht“.

Im Folgenden werden relative Häufigkeiten als Wahrscheinlichkeiten interpretiert.

**Teilaufgabe 3.**

Bei einem Hersteller von Elektroautos (E-Autos) können die Kunden beim Kauf eines Autos zwischen den Modellen A, B und C wählen. 30% der Kunden entscheiden sich für Modell C. Die restlichen Kunden wählen zu gleichen Teilen A bzw. B.

Die Modelle B und C werden mit einer kleinen ( $K$ ) oder einer großen ( $G$ ) Batterie angeboten. Das Modell A kann nur mit einer kleinen Batterie bestellt werden. Bei Modell B entscheiden sich vier von zehn Kunden für die große Batterie, während sich beim Modell C nur 15% der Kunden für die kleine Batterie entscheiden.

Zusätzlich können alle Modelle noch mit einem Autopilot ( $P$ ) ausgestattet werden. Bei Modell B und C erfolgt die Wahl unabhängig von der Batteriegröße. Dieses Zusatzangebot wählen beim Modell A 20% der Kunden und beim Modell B jeweils 30%. Insgesamt werden 41,5% aller Fahrzeuge mit Autopilot gewünscht.

Die Wahl des Modells, der Batteriegröße und der Zusatzfunktion Autopilot eines beliebig herausgegriffenen Kunden wird als Zufallsexperiment aufgefasst.

**Teilaufgabe 3.1** (6 BE)

Bestimmen Sie unter Verwendung eines Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeiten aller zehn Elementarereignisse des betrachteten Zufallsexperiments.

[Teilergebnis:  $P(\{(C; K; P)\}) = 0,036$ ]

**Teilaufgabe 3.2** (3 BE)

Gegeben sind folgende Ereignisse:

$E_1$ : „Ein zufällig ausgewählter Kunde wählt Modell A oder C jeweils mit Autopilot.“

$E_2$ : „Ein zufällig ausgewählter Kunde wählt entweder die kleine Batterie oder den Autopilot.“

Berechnen Sie nachvollziehbar jeweils die Wahrscheinlichkeit für  $E_1$  und für  $E_2$ .

**Teilaufgabe 4.**

In einer Kleinstadt sind 30% aller zugelassenen Elektroautos der Oberklasse ( $O$ ) zuzuordnen, die restlichen werden der Mittelklasse ( $M$ ) zugeordnet. Die Akkus aller hier betrachteten Elektroautos werden zu 39,5% regelmäßig über eine Photovoltaik-Anlage ( $V$ ) des jeweiligen Fahrzeugeigners geladen. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig aus all diesen Fahrzeugen ausgewähltes Elektroauto ein Modell der Oberklasse ist und regelmäßig über eine Photovoltaik-Anlage aufgeladen wird, beträgt 25,5%.

**Teilaufgabe 4.1** (4 BE)

Erstellen Sie eine vollständig ausgefüllte Vierfeldertafel und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses  $E_3 = \overline{M} \cap \overline{V}$

**Teilaufgabe 4.2** (4 BE)

Untersuchen Sie, ob der Anteil der Fahrzeuge, die über eine Photovoltaik-Anlage des Fahrzeugeigners geladen werden, bei den Oberklasse-Modellen höher ist als bei den Mittelklasse-Modellen. Entscheiden Sie anschließend, ob die Ereignisse  $M$  und  $V$  stochastisch unabhängig sind.

Am Parkplatz eines großen Einkaufszentrums wurde im Rahmen einer Bachelor-Arbeit eine lang angelegte Studie zum Laden von E-Autos an den dort vorhandenen Ladesäulen durchgeführt. Diese lieferte folgende Ergebnisse: 80% der Ladevorgänge erfolgen während der Zeit, in der die Besitzer der Fahrzeuge im Einkaufszentrum verweilen. Alle anderen Besitzer verbringen die Ladezeit in den umliegenden kleineren Geschäften, Bars, Cafés oder im Biergarten. Zudem wurde festgestellt, dass 5% aller auf dem Parkplatz parkenden Pkw E-Autos sind.

**Teilaufgabe 5.** (6 BE)

Bestimmen Sie, basierend auf den Ergebnissen der Studie, die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

$E_4$ : „Unter elf Ladevorgängen erfolgen genau neun in der Zeit, in der die Besitzer der Fahrzeuge im Einkaufszentrum verweilen.“

$E_5$ : „Unter 50 Ladevorgängen erfolgen mehr als neun aber weniger als 18 in der Zeit, in der die Besitzer der Fahrzeuge nicht im Einkaufszentrum verweilen.“

$E_6$ : „Unter 100 auf dem Parkplatz parkenden Pkw sind mehr E-Autos als nach der Studie zu erwarten wären.“