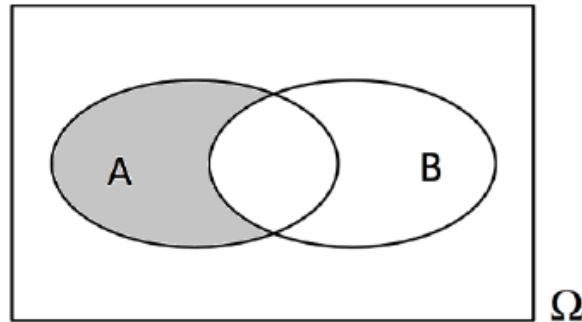


Fachabitur 2022 Mathematik NT Stochastik S II

Teilaufgabe 1. (3 BE)

A und B sind vereinbare Ereignisse des Ergebnisraums Ω .



a) Geben Sie das im nebenstehenden Venn-Diagramm grau markierte Ereignis E_1 möglichst einfach als Verknüpfung der Ereignisse A und B an.

b) Veranschaulichen Sie das Ereignis $E_2 = A \cup \bar{B}$ in einem Venn-Diagramm.

Ein Handballspieler trainiert Siebenmeter-Würfe, wobei der Torhüter seines Vereins im Tor steht.

Erfahrungsgemäß trifft er bei 80% seiner Würfe ins Tor.

Teilaufgabe 2.1 (3 BE)

Der Spieler führt zwei Siebenmeter-Würfe aus.

Berechnen Sie jeweils die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse:

E_3 : „Der Spieler trifft jedes Mal.“

E_4 : „Der Spieler trifft mindestens einmal.“

Teilaufgabe 2.2 (2 BE)

Formulieren Sie zwei Ereignisse E_5 und E_6 im Sachzusammenhang, deren Wahrscheinlichkeiten sich wie folgt berechnen lassen:

$$P(E_5) = 0,8^{20}$$

$$P(E_6) = \binom{50}{30} \cdot 0,8^{30} \cdot 0,2^{20}$$

Teilaufgabe 3. (4 BE)

Einer Gruppe von fünf Jugendlichen werden zwei Freikarten für ein Rockkonzert zur Verfügung gestellt. Um diese zu verteilen, werden nacheinander Lose gezogen, ohne diese zurückzulegen. Jeder Jugendliche zieht dabei genau einmal. Neben den zwei Gewinnlosen für die Freikarten befinden sich drei Nieten in der Lostrommel.

Entscheiden Sie unter Zuhilfenahme einer geeigneten Rechnung, ob der Zweite, der zieht, die gleiche Chance auf eine Freikarte hat wie der Erste.

Im Folgenden werden relative Häufigkeiten als Wahrscheinlichkeiten interpretiert.

In einer Gärtnerei werden drei Blumenarten gezüchtet und verkauft. Es handelt sich dabei um Tulpen (T), Osterglocken (O) und Krokusse (K). Während Krokusse ausschließlich aus Blumenzwiebeln (B) und Osterglocken ausschließlich aus Samen (S) gezüchtet werden, werden Tulpen sowohl aus Blumenzwiebeln als auch aus Samen erzeugt. Von allen drei Blumenarten werden gelbe (g) und weiße (w) zum Verkauf angeboten.

Die Hälfte aller verkauften Blumen sind Tulpen. Die beiden anderen Blumensorten werden jeweils zu gleichen Anteilen verkauft. Die aus Samen wachsenden Tulpen haben unter dieser Blumenart einen Verkaufsanteil von 40%. Unabhängig von Blumensorte und Züchtungsform werden 75% aller verkauften Blumen mit der Farbe Gelb gewählt.

Der Kauf einer Blume hinsichtlich ihrer Eigenschaften Blumenart, Züchtungsform und Farbe wird im Folgenden als Zufallsexperiment mit entsprechenden Wahrscheinlichkeiten betrachtet.

Teilaufgabe 4.1 (5 BE)

Erstellen Sie für das vorliegende Zufallsexperiment ein Baumdiagramm und ermitteln Sie alle acht Elementarereignisse mit ihren Wahrscheinlichkeiten.

Teilergebnis: $P(\{(T; B; g)\}) = 0,225$

Teilaufgabe 4.2 (3 BE)

Nun werden folgende Ereignisse betrachtet:

E_1 : „Die verkaufte Blume ist gelb und ist keine Tulpe.“

E_2 : $\{(T; S; g); (T; S; w); (O; S; g); (O; S; w)\}$

Geben Sie E_1 in aufzählender Mengenschreibweise an und formulieren Sie E_2 möglichst einfach im Sachzusammenhang. Berechnen Sie anschließend $P(E_2)$.

Im Gewächshaus der Gärtnerei werden in einem neu angelegten Beet 30 Tulpenzwiebeln nebeneinander eingesetzt. Mit einer Wahrscheinlichkeit von $p = 0,85$ geht eine eingesetzte Tulpenzwiebel tatsächlich auf und es wächst daraus eine Tulpe.

Teilaufgabe 5.1 (2 BE)

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass aus genau 25 der eingesetzten Zwiebeln Tulpen entstehen.

Teilaufgabe 5.2 (2 BE)

Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses E_3 : „Genau zwei der Zwiebeln gehen nicht auf und diese wurden direkt nebeneinander eingesetzt.“

Teilaufgabe 5.3 (4 BE)

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass aus mindestens 29 der eingesetzten Zwiebeln Tulpen entstehen. Entscheiden Sie begründet, ob die folgende Aussage für alle Werte von k mit $1 \leq k \leq 29$ wahr ist:

„Die Wahrscheinlichkeit, dass aus 30 eingesetzten Tulpenzwiebeln mindestens k Tulpen entstehen, liegt nicht unter 4%.“

Für eine Zufallsgröße X ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung mit $a, b \in \mathbb{R}$ durch folgende Tabelle vollständig gegeben:

x	0	1	2	3	4	5
$P(X=x)$	a	$2b$	b	0,1	0,1	0,04

Teilaufgabe 6.1 (3 BE)

Bestimmen Sie die Werte der Parameter a und b , wenn der Erwartungswert von X gleich 1,7 ist.

[Teilergebnis: $b = 0,2$]

Teilaufgabe 6.2 (4 BE)

Die Blumensorte Tulpe erzeugt während ihres Wachstums sogenannte Tochterzwiebeln, die ihrerseits wieder zur Entstehung weiterer Tulpen führen. Die aufgeführte Wahrscheinlichkeitsverteilung mit den unter Aufgabe 6.1 bestimmten Werten für a und b gibt an, welche Anzahl von Tochterzwiebeln mit welcher Wahrscheinlichkeit auftritt.

Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit die Zufallswerte von X innerhalb der einfachen Standardabweichung um den Erwartungswert liegen.