# Fachabitur 2018 Mathematik NT Infinitesimalrechnung A I

Gegeben ist die ganzrationale Funktion $f : x \mapsto \frac{1}{9}(-x^4 + 4x^3)$ mit der Definitionsmenge $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$. Der Graph der Funktion $f$ wird mit $G_f$ bezeichnet.

**Teilaufgabe 1.1** (3 BE)

Bestimmen Sie die Nullstellen der Funktion $f$ mit der jeweiligen Vielfachheit.

**Teilaufgabe 1.2** (7 BE)

Ermitteln Sie die maximalen Monotonieintervalle der Funktion $f$ sowie Art und Koordinaten des Extrempunktes des Graphen $G_f$.

**Teilaufgabe 1.3** (8 BE)

Bestimmen Sie die Gleichungen aller Wendetangenten an den Graphen $G_f$.

**Teilaufgabe 1.4** (4 BE)

Zeichnen Sie den Graphen $G_f$ unter Mitverwendung vorliegender Ergebnisse im Bereich $-1 \leq x \leq 4$ in ein kartesisches Koordinatensystem. Für weitere Teilaufgaben wird auf der $y$-Achse der Bereich $-3 \leq y \leq 3$ benötigt. Maßstab: 1 LE = 1 cm.

Betrachtet wird weiter die quadratische Funktion $p$ mit der Definitionsmenge $\mathbb{D}_p = \mathbb{R}$. Ihr Graph wird mit $G_p$ bezeichnet.

**Teilaufgabe 2.1** (8 BE)

Die Parabel $G_p$ berührt den Graphen $G_f$ aus 1.0 im Punkt $B(3|3)$ und verläuft durch den Koordinatenursprung. Bestimmen Sie $p(x)$ und zeichnen Sie die Parabel $G_p$ im Bereich $-1 \leq x \leq 4$ in das vorhandene Koordinatensystem ein.

$$\left[\text{Mögliches Ergebnis}: p(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 2x\right]$$

**Teilaufgabe 2.2** (5 BE)

Die Graphen $G_f$ und $G_p$ schließen im I. Quadranten des Koordinatensystems ein endliches Flächenstück ein.
Markieren Sie dieses Flächenstück in Ihrer Zeichnung und berechnen Sie die Maßzahl seines Inhalts.

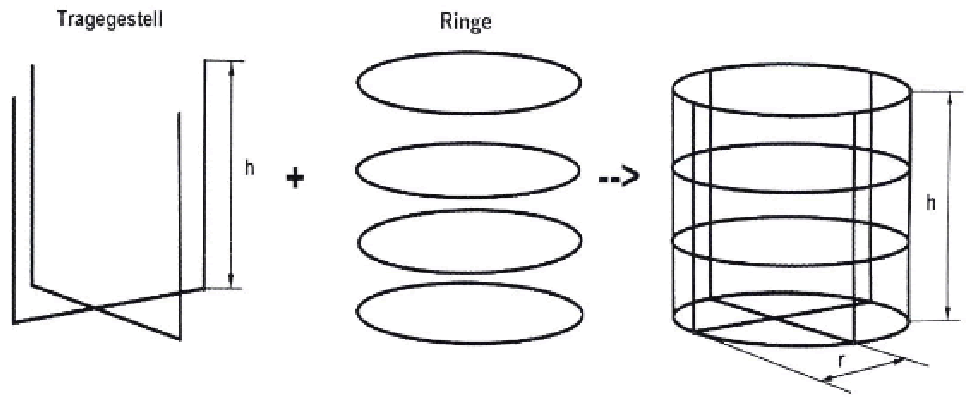
**Teilaufgabe 2.3** (7 BE)

Berechnen Sie die Koordinaten desjenigen Schnittpunkts der Graphen $G_f$ und $G_p$, der im III. Quadranten des Koordinatensystems liegt.

**Teilaufgabe 2.4** (6 BE)

Bestimmen Sie die Steigungen der beiden Geraden durch den Punkt $T(3|4)$, die den Graphen $G_p$ berühren.

Ein Bastler möchte sich mithilfe folgender Bauanleitung das Grundgerüst für einen zylinderförmigen Abfallkorb mit Höhe $h$ und Radius $r$ (alle Längen in Meter gemessen) aus Draht bauen (siehe Skizze).




Für das Vorhaben kauft er sich Draht mit der Länge 6 m. Die Einzelteile werden selbst hergestellt und zusammengelötet. Die Dicke des Drahts ist zu vernachlässigen. Bei Berechnungen kann auf Einheiten verzichtet werden.

**Teilaufgabe 3.1** (5 BE)

Bestimmen Sie die Maßzahl $V(r)$ des Volumens des Abfallkorbs in Abhängigkeit von $r$.

$$\left[\text{Mögliches Ergebnis: } V(r) = \pi\left(\frac{3}{2}r^2 - r^3 - 2\pi\, r^3\right)\right]$$

**Teilaufgabe 3.2** (7 BE)

Aus praktischen Gründen wird für die Funktion $V : r \mapsto V(r)$ als Definitionsmenge $D_V = [0,1; 0,2]$ gewählt.
Berechnen Sie den Radius $r$ des Abfallkorbs für den Fall, dass die Maßzahl des Volumens ihren absolut größten Wert annimmt.
Runden Sie Ihr Ergebnis auf drei Nachkommastellen.